Sisteme de Prelucrare Grafică

Curs nr. 5

3.4 Sistemul de referinţă normalizat

Sistemul de proiecţie simplu definit anterior, în care toate obiectele din scenă sunt proiectate în planul de vizualizare nu poate fi folosit decât în aplicaţii foarte simple în care se proiectează obiecte aflate tot timpul în câmpul de observare. În cazul scenelor de dimensiuni mari numai o parte este vizibilă şi deci redată pe ecran.

Transformarea de proiecţie este o transformare costisitoare, deoarece necesită operaţii de împărţire. Execuţia ei pentru toate obiectele scenei, inclusiv pentru cele care nu sunt vizibile este inutilă. În plus, operaţia de decupare (clipping) a obiectelor tridimensionale care nu sunt vizibile este mai greu de efectuat după proiecţie .

Pentru redarea eficientă a scenelor tridimensionale, este necesară definirea unui volum de vizualizare, cunoscut sub numele de piramida de vizualizare sau trunchiul de piramidă de vizualizare (Frustum).

În forma cea mai simplă, volumul de vizualizare este mărginit de patru plane laterale care trec prin punctul de observare O_v şi de două plane perpendiculare pe axa O_vZ_v, planul apropiat (near) pe care se execută proiecţia şi planul depărtat (far) .

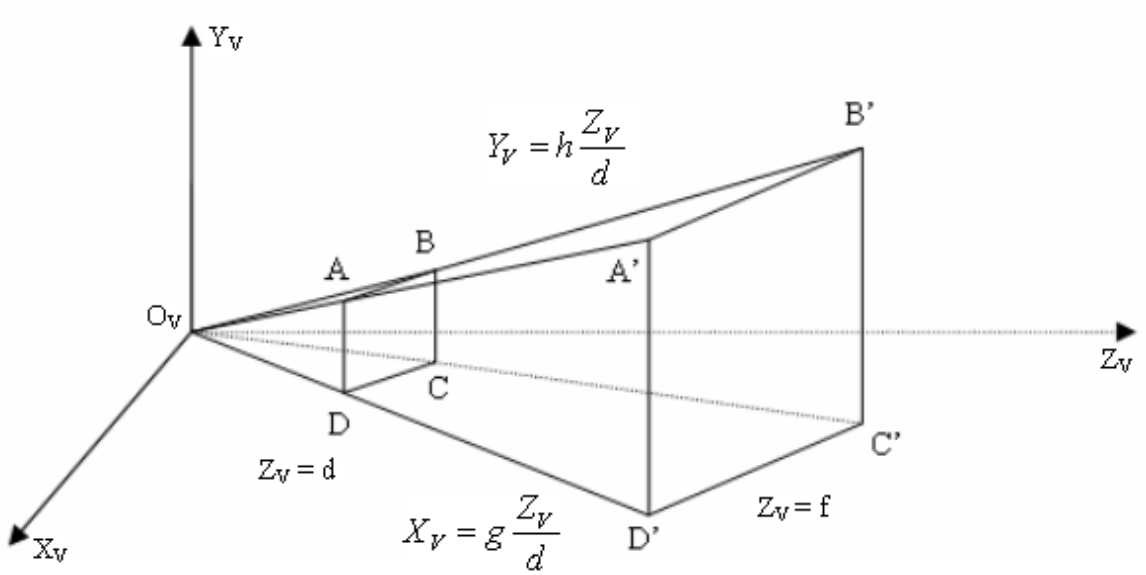


Fig. 2 : Definirea trunchiului de piramidă de vizualizare (frustum) în sistemul de observare stâng.

Intersecţia dintre cele patru plane laterale şi planul de vizualizare (care în această definiţie este şi planul apropiat de vizualizare) determină o suprafaţă dreptunghiulară ABCD în planul de vizualizare în care vor fi proiectate toate obiectele vizibile ale scenei. Suprafaţa ABCD - frustum de vizualizare (view plane window) .

Notăm cu :

2g = dimensiunea laturii orizontale a ferestrei de vizualizare (latura AB)
2h = dimensiunea laturii verticale a ferestrei de vizualizare (latura BC)
d = distanţa planului de vizualizare şi a planului apropiat
f = distanţa planului depărtat

Ecuaţiile celor 6 plane ale trunchiului de piramidă sunt :

$$\begin{cases} x_v = \pm\frac{g}{d}.z_v \\ y_v = \pm\frac{h}{d}.z_v \\ z_v = d \\ z_v = f \end{cases}$$

Obs : Pentru sistemul de observare orientat drept, avem aceleaşi relaţii dar (d) şi (f) sunt cu valori negative .

Trunchiul de piramidă de vizualizare defineşte şi volumul de decupare. Operaţia de decupare se efectuează într-un sistem de referinţă normalizat. Sistemul de referinţă normalizat (NCS) este un sistem de referinţă tridimensional în care trunchiul de piramidă se transformă într-un volum canonic, care în general este un paralelipiped dreptunghic.

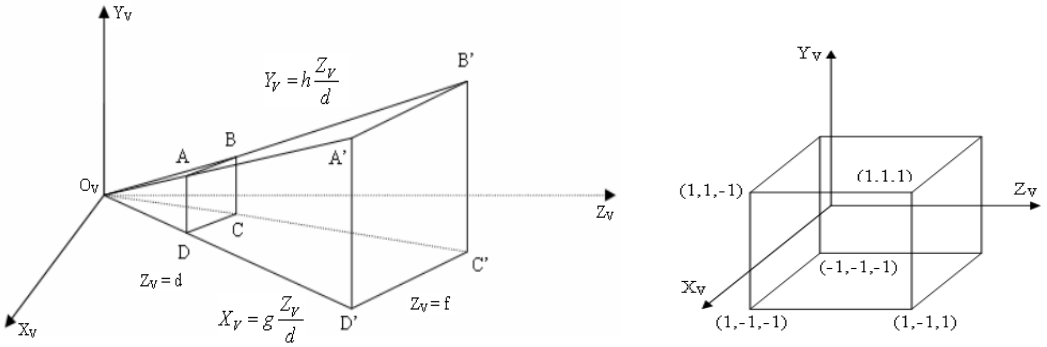


Fig. 3 : Transformarea trunchiului de piramidă în cub cu latura 2

În acest paragraf vom utiliza un volum canonic de forma unui cub cu latura de 2 (sau a unui paralelipiped dreptunghic cu latura bazei 2 şi înăltimea Z_v egală cu d). Introducerea acestui nou sistem de referinţă permite abordarea transformării de proiecţie în două etape:

- o transformare din sistemul de referinţă VCS în sistemul NCS, numită transformare de normalizare

- calculul proiecţiei prin împărţirea cu (W) a coordonatelor omogene.

Între cele două etape ale transformării de proiecţie se execută decuparea obiectelor relativ la volumul de vizualizare normalizat (volumul canonic).

Pentru transformarea de normalizare se impun următoarele cerinţe :

1.) se normalizează coordonata Z_v care reprezintă adâncimea astfel încât să se obţină precizie maximă în operaţiile de comparaţie a adâncimii punctelor
2.) liniile din sistemul de referinţă observator trebuie să se transforme în linii în sistemul de referinţă normalizat
3.) interfeţele plane din UCS → suprafeţe plane în NCS

Aceste cerinţe impun ca :

$$Z_N = a + \frac{b}{z_v} \qquad (2)$$

Observaţie :
- b trebuie să fie negativ pentru că atunci când Y_v creşte să crească şi Z_N
- domeniul $Z_v \in [d , f]$ trebuie să treacă în domeniul $Z_N \in [-1 , 1]$. În alte cazuri $Z_N \in [0 , 1]$.

Rezultă următoarele relaţii care definesc transformata de normalizare :

a.) pentru $Z_N \in [-1 , 1]$ Ş

$$\begin{cases} X_N = \pm \dfrac{d}{g} \dfrac{x_v}{z_v} \\ Y_N = \pm \dfrac{d}{h} \dfrac{y_v}{z_v} \\ Z_N = \pm \dfrac{f+d}{f-d} - \dfrac{2fd}{f-d} \dfrac{1}{z_v} \end{cases} \qquad (3)$$

Demonstraţia :

$$X_N = \pm \frac{d}{g.z_v} . \frac{g}{d} . z_v = \pm 1$$

$$Y_N = \pm \frac{d}{h.z_v} . \frac{h}{d} . z_v = \pm 1$$

dar :

$Z_N(d) = -1$ şi $Z_N(f) = 1 \Rightarrow \begin{cases} a + \frac{b}{f} = 1 \\ a + \frac{b}{d} = -1 \end{cases}$

b.) pentru $Z_N \in [0, 1]$ – volumul canonic este un paralelipiped cu latura bazei 1 si înalţimea 1 (după axa Z_N)

$$\begin{cases} X_N = \pm \frac{d}{g} \frac{x_v}{z_v} \\ Y_N = \pm \frac{d}{h} \frac{y_v}{z_v} \\ Z_N = \frac{f}{f-d} - \frac{f}{f-d} \frac{1}{z_v} \end{cases} \quad (4)$$

Coordonatele omogene ale unui punct în sistemul normalizat au expresiile (pentru $Z_N \in [-1, 1]$)

$$\begin{cases} X_N = \frac{d}{g} x_v \\ Y_N = \frac{d}{h} y_v \\ Z_N = z_v \cdot \frac{f+d}{f-d} - \frac{2df}{f-d} \end{cases} \quad (5)$$

Relaţiile (5) au fost scrise astfel încât să nu efectuăm împărţirea prin $W = Z_v$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} X_N \\ Y_N \\ Z_N \\ W_N \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{d}{g} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d}{h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f+d}{f-d} & -\frac{2df}{f-d} \\ 0 & 0 & \pm 1 & 0 \end{bmatrix}}_{M_N} \cdot \begin{bmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Unde M_N este matricea de normalizare pentru cazul în care $Z_v \in [d, f] \rightarrow Z_N \in [-1, 1]$

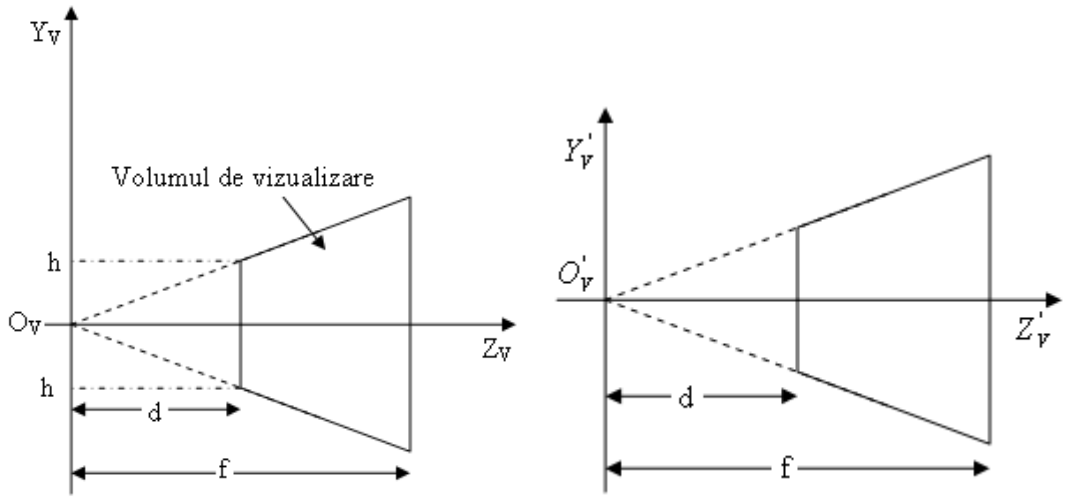
Matricea de transformare de normalizare poate fi exprimată ca un produs de două matrici astfel :

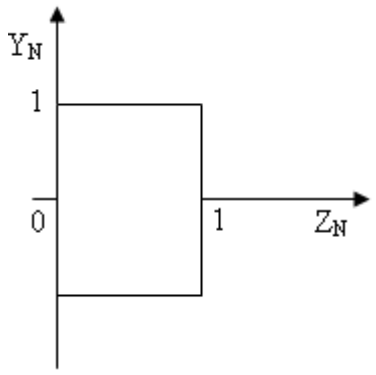
$$M_N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f+d}{f-d} & -\frac{2df}{f-d} \\ 0 & 0 & \pm 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{d}{g} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d}{h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = M_{N2} . M_{N1} \qquad (7)$$

cazul în care $Z_v \in [d , f] \rightarrow Z_N \in [0 , 1]$

$$M_N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f}{f-d} & -\frac{fd}{f-d} \\ 0 & 0 & \pm 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{d}{g} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d}{h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = M_{N2} . M_{N1} \qquad (8)$$

Aceste reprezentări (7) respectiv (8) permit o analiză mai detaliată a transformarii de normalizare. Sistemul de referinţă normalizat în cazul nostru este un sistem stâng. Matricea M_{N1} este o matrice de scalare neuniformă într-un trunchi de piramidă regulată cu unghiul la vârful piramidei de 90^o (fig. 3).





c.)

Fig. 3

a) volumul de vizualizare în VCS
b) scalarea care transformă volumul de vizualizare în trunchi de piramidă regulată cu unghiul la vârful de 90º
c) volumul de vizualizare canonic în NCS

Dacă aplicăm transformarea M_{N1} punctului $[X_v,Y_v,Z_v,1]^T \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} x_v' \\ y_v' \\ z_v' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{g} x_v \\ \frac{d}{h} y_v \\ z_v \\ 1 \end{bmatrix}$$

Se vede că pentru $Y_v = \pm h \Rightarrow Y_v' = \pm d$, etc.

Matricea M_{N2} transformă trunchiul de piramidă regulată în volumul canonic ,care este un paralelipiped dreptunghic.

Obs : Decuparea obiectelor se face în coordonate normalizate omogene (X_N,Y_N,Z_N,W) , adică în sistemul de referinţă normalizat înainte de a se efectua împărţirea cu W pentru a trece la $(x_N,y_N,z_N,1)$.

Coordonatele X_N şi Y_N în sistemul NCS reprezintă coordonatele proiecţiei ortografice în planul Z_N, 0 (sau Z_N = -1) a punctului corespunzător. Este de remarcat faptul că transformarea de proiecţie perspectivă din sistemul de referinţă de observare VCS a devenit o transformare de proiecţie ortografică în sistemul normalizat. Dar aceste operaţii de trecere de la coordonate omogene la coordonate tridimensionale şi proiecţia ortografică nu se efectuează în sistemul normalizat ci în sistemul ecran 3D obţinut prin transpunerea ferestrei de vizualizare în poarta de afişare .

Unghiul dintre planele laterale ale piramidei de vizualizare (care trec prin O_vy_v şi cu ecuaţiile $x_v = \pm g.z_v/d$) se numeşte unghi de vizualizare orizontală (Horizontal field of view-fovx). Unghiul dintre planele laterale care trec prin axa O_vx_v se numeşte unghiul de vizualizare pe verticală (Vertical field of view-fovy).

$$fovx = 2arctg\frac{g}{d}$$
$$fovy = 2arctg\frac{h}{d} \qquad \text{rel (9)}$$

Obs : Toate relaţiile au fost prezentate pentru un sistem de observare orientat stânga. În cazul unui referinţă VCS orientat dreapta relaţiile sunt identice, cu deosebirea că parametrii d şi f iau valori negative .